

PHILOSOPHIE ET MATHÉMATIQUES

L'approximation en physique

par Boris RYBAK

séance du 29 janvier 1996

Séminaire de Philosophie et Mathématiques
Ecole Normale Supérieure
45, Rue d'ULM, 75 230 PARIS, Cédex

(Martin ANDLER, Pierre CARTIER, Maurice LOI, Hourya SINACEUR)

L'APPROXIMATION EN PHYSIQUE

Boris RYBAK

Pr em. Sorbonne P3

C'est ici avant tout un problème de psychologie volitive ¹ qui se mesure, comme dynamique cognitive, aux moyens d'oeuvre. La simplification non-imaginative - souvent depuis l'école élémentaire -capitule déjà, en quelque sorte, devant la problématique de la pratique de la vie en introduisant non la décomplication qui retient l'essentiel mais la sur-simplification qui le cache : « on se contentera de ... », « la valeur approchée suffit... », « pratiquement... », « soit la valeur arrondie de... », « on négligera les décimales au delà du 1/100... ou du 1/1000... » caeteraque. C'est là, souvent, une arbitrarité qui jouxte la négligence épistémique. Certes, la diffusion des calculettes de nos jours peut sembler éliminer de telles réductions ; cependant, là encore - mais cette fois-ci, selon une procédure mentale d'un confort intellectuel quasi-automatique.-, on aboutit à des valeurs numériques excessivement -donc inutilement- décimalisées pour les paramètres mis en jeu dans la solution recherchée. D'ailleurs, des Tables de calculs et de constantes sont toujours éditées, donc utilisées, parce que ces tabulations sont d'indispensables formulaires, mais il convient d'en ajuster le contenu dès la géométrie de base ^{2 3} (cf p.2:Exemples).

Ainsi, le nombre ad hoc de décimales d'un emploi n'est pas quelconque pour la rectitude d'un calcul, d'autant mieux que si toutes les valeurs numériques qui sont engagées dans la suite opératoire d'une étude sont conformes à l' « état de l'Art » en la matière, on se garantit d'artefacts intellectifs à incidences conceptuelles.

En Physique comme en Biophysique mathématique, la Métrologie est partout, ce, pour mieux décrire, pour mieux contrôler la complexité, c'est-à-dire la décompliquer. Mais la Métrologie, telle que je la conçois, est aussi une science fondamentale qui traite de la relation princeps point-nombre dans ses devenir et c'est donc à l'Arithmétique géométrique, et l'inverse, que j'en viens.

¹ B. RYBAK, Conséquences incertaines des facteurs psychologiques dans le calcul numérique ; Séminaire interdisciplinaire, Collège de France (17 décembre 1992)

² B. RYBAK, La précision des Tables internationales de calcul ; Nouvel Art du Français, NADF, Paris (février 1993), 15, 3.

³ B. RYBAK, a) Adresse présidentielle aux Journées nationales de Métrologie et Mesures biomédicales (CNRS-SEE, Paris, 24-26 novembre 1980) b) Mesures en physico-chimie et en biophysico-chimie ; Conférence, Séminaire de Philosophie et Mathématiques, ENS Ulm (4 février 1981) ; c) Colloque de Sénanque (été 1981) ; d) Conférence, Palais de la Découverte (9 avril 1983) in : Mesures biophysiques : GBM ; RBM, Paris (1983) 5, n°3, 157.

EXEMPLES

- (a) « $K = \Pi R^2 = 0,7854 D^2$ » pour l'aire du cercle unité ; cela donne la valeur pauvre 3,1416 pour Π arithmétique (Π_{ar}) ; au lieu de 4 décimales, il faut au moins 9 décimales afin d'obtenir une valeur de Π_{ar} pouvant être acceptée.
- (b) « $S = 4 \Pi R^2 = 12,57 R^2$ » pour la surface de la sphère unité ; cela donne $\Pi_{ar} = 3,1425$, inacceptable.
- (c) « $V = 4/3 \Pi R^3 = 4,189 R^3$ » pour le volume de la sphère unité ; cela donne $\Pi_{ar} = 3,14175$, inacceptable.
- (d) sur la base des valeurs de Tables internationales ci-dessus examinées :
 $S/V = 3,00071616138...$ et $V/S = 0,333253779...$
mais, si on prend $S = 12,5663706144... R^2$
et $V = 4,18879020478... R^3$,
le rapport $S/V = 3,0000000...$ et $V/S = 0,3333333...$,
rationnels ici non-triviaux. Il est nécessaire et suffisant de prendre les 5 premières décimales de S et V.

Dimension Π de l'Univers

Représentons-nous que, dans le Vide absolu même, il y a omniprésence des points sans-dimension et des nombres réels organisables selon l'ensemble des fonctions et algorithmes, dont les fonctions transcendentes que j'examinerai aujourd'hui sous la forme élémentaire, bien nommée, des fonctions trigonométriques afin de considérer le statut universel de la ligne droite.

La problématique se pose en termes de théorisation, englobant Matière et champs, et de théorétisation qui, au plus près, traite du point sans-dimension d'Euclide. Celle-ci ne s'applique remarquablement pas au noyau atomique ni aux granules constitutifs des ultra-structures cytoplasmiques et nucléaires des cellules vivantes-d'où la géométrie non-standard ⁴. Par elle s'introduit une nouvelle approximation du Réel par la nouvelle axiomatique qu'elle fonde sur l'unité structure-fonction particulière et granulaire - i-e aux constituants fortement centripètes (nuclidiens, comme je les nomme), que détruit toute dénaturation. Par contre, la théorétisation repose sur l'abstraction majeure de l'immatériel adimensionnel euclidien en s'appliquant non seulement à la Géométrie des corps rigides et à la Topologie des corps déformables mais encore à l'Arithmétique où on peut affecter un nombre à chaque point (Géométrie implicite).

Tout le débat, plus intraphysique que métaphysique, porte donc sur la relation entre Théorie et Théorétique, entre la matérialité ontologique existant-milieu et l'abstrait absolu-immatérialité à potentialité maximale ; ainsi la puissance du Virtuel fondamental comme pré-existence telle qu'Isaac Newton la formulait :

« Nous croyons fermement que l'espace était sphérique avant que la sphère ne l'occupât » ⁵.

Considérons alors Π d'un cercle unité. En 1987, j'en traitais ici-même en vous entretenant de l'ordre chaotique ⁶-introduisant, ce faisant, la notion de gaz numérique arithmétiquement ordonnable, ici s'auto-adjoignant la notion conséquente de gaz pointé géométriquement ordonnable, pour former la notion de gaz numérique pointé ordonnable.

Au départ je constate que Π arithmétique ($\Pi_{ar} = 3, 14159265358\dots$) est un transcendant tandis que Π trigonométrique ($\Pi_{tr} = 180$ (°)) est un entier. Le

⁴ B. RYBAK, a) Physique et Biologie, in : La Pensée Physique en 1980, Science et Humanisme en notre Temps, Coll. Fond. Louis de Broglie (1980) Peyresq ; Ed. Augustin Fresnel, 1982 (S. Diner, D. Fargue, G. Lochak Ed.) 287 ; b) Lettre à Francis Fer ; Ann.Fond. Louis de Broglie (1987) 12, n°1, 9 ; c) L'identité humaine ; J-M Place éd., Paris (1990).

⁵ I. NEWTON, Unpublished scientific papers (A.R. & M.B. Hall ed.), in : De gravitatione et aequipondio fluidorum ; Cambridge Un. Press (1960), 100.

⁶ B. RYBAK, L'ordre chaotique ; Conf. Sémin. ENS Ulm (27 avril 1987) in : a) ITBM 1989) 10, n°5, 587 ; b) IREM (1990) fasc. 64.

concept développé était qu'il devait y avoir une relation entre les fonctions circulaires : Π et un autre transcendant distingué - j'ai choisi $\sin 1$ ⁷.

De fait, le rapport $\Pi_{ar}/\sin 1 = 180,009138847... = \Pi_{tr}$.

Cette valeur représente la meilleure approximation de 180. En effet :

$\Pi_{ar}/\sin 1 - 180 = 0,009138847...$ tandis que, $\Pi_{ar}/\text{tg } 1 = 179,981722584$

$\Pi_{ar}/\text{tg } 1 - 180 = - 0,018277416...$ (le double pour 6 décimales).

En réalité, c'est 180 qui représente une approximation arrondie.

En effet, $180 \times \sin 1 = 3,14143315871...$ soit une valeur de Π_{ar} avec seulement les 3 premières décimales correctes (idem en gr et rad).

Du point de vue du nombre de décimales pertinentes pour un calcul, la valeur de $\sin 1 (=1,74524064...10^{-2})$ n'est pas obtenue dans les rapports $\Pi_{ar}/180$ pour quelque nombre que ce soit du Π_{ar} allant de 3,14 à 3,14159265358, donnant en effet des valeurs allant de 0,0174444... pour le premier à 0,0174532 925... pour le dernier, alors que la valeur de $\sin 1$ est conforme avec la suite opératoire la fournissant, ce, dès la valeur de Π_{tr} décimalisée jusqu'à 388 seulement.

Ainsi, les confirmations trigonométriques croisées font de la relation $\Pi_{ar}/\sin 1$ la constante universelle princeps de l'Espace, lequel apparaît comme l'expression d'un Univers fondamentalement sphéroïdal où l'excédent sphérique est désormais quantifié. Cette structure fondamentale à courbure positive continue admet des structures locales de type $\Pi_{ar}/\text{tg } 1$ notamment ainsi que toutes les figures dérivées directement ou non, dans le cadre d'une géométrie synthétique, qui admet la totalité des multiplicités analytiques de l'Espace Vide absolu (disons, celui dans lequel s'expandrait l'Univers) comme de celui, réalisé, de la Matière et des champs.

S'il en est bien ainsi du fondement métrique de tout espace dans la forme I de $\Pi_{ar}/\sin 1$, sa forme II - en secondes d'arc - affine de façon maximale les capacités intrinsèques que la constante peut manifester dans les calculs. Cette valeur étant de 648032"899849... ("décim.) vérifions d'abord que la conformité est maintenue par cet affinement :

avec la valeur 648000" (forme II de la forme I : 180), il vient :

$$\frac{648000 \times \sin 1}{3600} = 3,14143315872...$$

avec la valeur 648032"899849, il vient évidemment:

$$\frac{648032"899849 \times \sin 1}{3600} = 3,14159265358...$$

⁷ B. RYBAK, La relation $\Pi/\sin 1$; RBM, Paris (1988) 10, n°6, 293.

Ceci étant, le domaine qui m'a paru des plus intéressants à examiner concernait la déflexion des rayons lumineux dans un champ gravifique, celui du Soleil.

Dans sa publication de 1911⁸ Einstein aboutissait à la conclusion d'une contribution relativiste à cette déflexion de 0"83 d'arc, donnant une déflexion totale de 1"7 du pointé stellaire compte tenu de 0"87 d'arc du déplacement lumineux gravitationnel newtonien. En 1919, mettant à profit une éclipse solaire, A.S. Eddington et E.T. Cottingham à Principe (une île du golfe de Guinée au nord de l'équateur africain) et, par ailleurs, A.C.D. Crommelin et C. Davidson à Sobral (une ville du nord du Brésil) observent, pour une valeur théorique de 1"75, les valeurs $1"98 \pm 0"12$ et $1"61 \pm 0"30^9$. Aujourd'hui les valeurs de 1"77 et 1"82, obtenues notamment par radio-détection de quasars, sont généralement acceptées.

Or, la partie décimale de 648032"899849... ajoutée à 0"87 newtonien donne remarquablement $1"7698...$, valeur qui révèle l'existence du fond géométrico-numérique dominant immuable $\pi_{ar}/\sin 1$.

Qu'en est-il alors du problème causal de l'avance non-newtonienne du périhélie de la planète Mercure ?

Einstein¹⁰ a fourni une équation relativiste qui donne "une précession séculaire de 43", tandis que les astronomes indiquent sans l'expliquer $45" \pm 5"...$; il se référait essentiellement à Le Verrier.

Dans son Mémoire fondamental de 1859¹¹ celui-ci considère les perturbations apportées par Vénus, Terre, Mars, Jupiter, Saturne, Uranus à deux époques (527" pour 1841 et 526"7 pour 1859), ce qui, pour une avance de facto de 572"7, révèle les valeurs des astronomes.

Or, considérons le quadrant, au périhélie, entre Mercure et la perpendiculaire passant par le centre du Soleil et le grand axe de l'orbite planétaire, il vient : $(\pi_{ar}/\sin 1)/2 = 90^\circ 00' 45" 69...$ précisément.

Il faut remarquer que l'excédent de 43" de l'équation originelle d'Einstein

$$(24 \pi^3 \frac{a^2}{T^2 c^2 (1-e^2)})$$

avec : a= demi-grand axe orbital de la planète Mercure,

e= son excentricité, T= la durée d'une révolution en secondes, c= la vitesse de la lumière en cm/s) comprend le terme important $24 \pi^3$; celui-ci peut être calculé avec un nombre très variable de décimales. On doit considérer que les 43" ont été

⁸ A. EINSTEIN, Über den Einfluss der Schwerkraft auf die Ausbreitung des Lichtes; Ann.d.Physik (1911) 35, 898.

⁹ F.W. DYSON, A.S. EDDINGTON & C. DAVIDSON, A. Determination of the Deflection of Light by the Sun's Gravitational Field from Observations made at the total Eclipse of May 29, 1919; Philosophical Transactions of the Royal Society of London Ser.A (1920) 220, 291.

¹⁰ A. EINSTEIN, Erklärung der Perihelbewegung des Merkur aus der allgemeinen Relativitätstheories; Sitzungsberichte des Königlich Preussischen Akademie des Wissenschaften (1915) 2,831.

¹¹ U.J. LE VERRIER, Recherches astronomiques, Chap. XV, Théorie du mouvement de Mercure ; Annales de l'Observatoire impérial de Paris (1859) 5, 106 pp.

obtenues a minima avec $\pi_{ar} = 3,14$ (soit $24 \pi^3 = 743,019456$) puisque, avec $\pi_{ar} = 3,14159265358$ (9), $24 \pi^3 = 744,150640327$, soit un Δ de 1,13184327, facteur multiplicatif tel que, multipliant $43'' \rightarrow 48''640...$ En prenant $\pi_{ar} = 3,1415$, le facteur multiplicatif = 1,065345562 qui, $x43'' \rightarrow 45''80...$

N.B. dans les problèmes d'approximation on rencontre parfois des calculs faisant singularités - cas, ici, de $\pi_{ar} = 3,141$ -, mais cela ne change pas l'économie systématique des résultats liés à la décimalisation croissante où $\pi_{ar} = 3,1416$, donnant $48''86$, forme borne.

Autre remarque sur l'équation relativiste examinée : la valeur, au dénominateur, de c (300.000 km/s ou, désormais, 299.792,5 km/s) donnant, au carré, une différence non négligeable dans le résultat du calcul.

Quoi qu'il en soit, il ressort que $\sin 1$ s'avère l'opérateur-clé de la transformation majeure $\pi_{ar} \leftrightarrow \pi_{tr}$ de tout espace, d'où la droite géodésique cardinale concomitante et le plongement dans lequel nous sommes. Le système des deux expressions de π (ar et tr) et de $\sin 1$ montre le caractère strictement définitoire de π_{ar} et de $\sin 1$, tandis que π_{tr} avait une valeur dirimante ; celle-ci est désormais rendue exacte dans la cohérence intrinsèque qui rend référentiel le système maintenant intangible π_{ar} , π_{tr} , $\sin 1$ selon l'équation de corrélation que j'énonce.

$$\frac{\pi_{tr}}{\pi_{ar}} = \frac{1}{\sin 1} = 57^\circ 29' 86,8849... = 1 \text{ radian}$$

* * * * *
* * *
*